

Schweizerische Koordinationsstelle  
für Bildungsforschung

Centre suisse de coordination pour  
la recherche en éducation

Centro svizzero di coordinamento  
della ricerca educativa

Swiss Coordination Centre for  
Research in Education

Information Bildungsforschung  
Permanente Erhebung über Projekte der schweizerischen Bildungsforschung

Information sur la recherche éducationnelle  
Enquête permanente sur la recherche éducationnelle en Suisse

Informazione sulla ricerca educativa  
Inchiesta permanente sulla ricerca educativa in Svizzera

Information about research in education  
Permanent inquiry into educational research in Switzerland

---

ISSN 1013-6258

26:044

---

**Laufzeit des Projekts:** 2021–2024

**Thema des Projekts:**

**Das Einmaleins: Welcher didaktische Weg ist lernwirksam?**

---

**Durée de la recherche:** 2021-2024

**Thématique de la recherche:**

**Les tables de multiplication: quelle approche didactique favorise  
l'apprentissage ?**

---

**Institution:** Eidgenössische Technische Hochschule – ETH Zürich, Departement Geistes-, Sozial- und Staatswissenschaften D-GESS, Zürich

---

**Bearbeitung | Mise en œuvre:** Barbara Hohl-Krähenbühl, Dr. sc. ETH; Betreuung der Dissertation: Elsbeth Stern, Prof. Dr. (Erstbetreuung); Aiso Heinze, Prof. Dr. und Fritz Staub, Prof. Dr. (Ko-Referenten)

---

**Kontaktperson | Personne à contacter:** Barbara Hohl-Krähenbühl ([barbara.hohl@bs.ch](mailto:barbara.hohl@bs.ch), [barbara.hohl@phzg.ch](mailto:barbara.hohl@phzg.ch))

---

---

**Kurzbeschreibung:** Die Beherrschung von Grundrechenarten wie dem kleinen Einmaleins ist die Grundlage für viele weitere Lerninhalte. Für die Vermittlung des Einmaleins in der Schule hat die Forscherin in ihrer Dissertation die Lernumgebung (LU) «PrinziDi» entwickelt und empirisch überprüft. «PrinziDi» fokussiert auf das konzeptuelle Verständnis anstelle rein prozeduralen Wissens oder reinen Faktenabrufs im Einmaleins. Im Gegensatz zu traditionellen Lehrmitteln ist die LU von Anfang an entlang des Prinzips der Distributivität strukturiert. Bei einer zentralen Aufgabe geht es um das vielfältige Zerlegen einer Multiplikation in Form von Punktefeldern im Sinne des Teil-Teil-Ganzes-Konzepts (z.B.  $3 \times 3 = 3 + 3 + 3 = 3 + 2 \times 3$ ). Die LU umfasst zudem verschiedenste kognitiv aktivierende Vorgehensweisen. Eine besondere Bedeutung kommt dem Vergleichen und Generieren unterschiedlicher Lösungswege zu. Ein weiterer Gegenstand der Arbeit ist die Reihenfolge von Problemlösen und Instruktion. Studien zeigen, dass es lernwirksamer ist, wenn Schülerinnen und Schüler zunächst selbstständig Probleme lösen und erst danach eine Instruktion durch die Lehrperson erhalten (PS-I: *problem solving followed by instruction* oder PF: *productive failure*). Üblicher ist das umgekehrte Vorgehen, bei dem die Lehrperson zuerst erklärt und die Kinder anschliessend Aufgaben bearbeiten (TP: *tell-and-practice* oder I-PS: *instruction followed by problem solving*). Für junge Kinder gibt es dazu jedoch noch wenig Daten. In einer quasi-experimentellen Interventionsstudie (4 x 2 Lektionen, N = 294, 2. Klasse, 7 Kontrollklassen mit traditionellem Unterricht vs. 8 Interventionsklassen mit «PrinziDi») wurden die Lernwirksamkeit der LU (Wirkung auf Vorläuferfähigkeiten, konzeptuelles und prozedurales Wissen, prozedurale Flexibilität, Adaptivität) und die Effekte der Sequenzierung (PS-I vs. TP) untersucht. Der Vergleich Kontrolle–Intervention zeigte signifikante Effekte der Intervention auf das konzeptuelle und prozedurale Wissen sowie die prozedurale Flexibilität. Ein Vergleich der beiden Interventionsbedingungen (PS-I vs. TP) ergab nur beim prozeduralen Wissen signifikante Vorteile für PS-I. Daraus lässt sich schliessen, dass auch jüngere Schülerinnen und Schüler von PS-I profitieren können.

---

**Breve description de la recherche:** La maîtrise des opérations arithmétiques de base, comme les tables de multiplication, constitue un fondement pour de nombreux autres apprentissages. Pour l'enseignement des tables de multiplication à l'école, la chercheuse a développé et évalué empiriquement, dans sa thèse de doctorat, l'environnement d'apprentissage «PrinziDi». Celui-ci met l'accent sur la compréhension conceptuelle plutôt que sur des connaissances purement procédurales ou sur la simple restitution de faits multiplicatifs. Contrairement aux moyens d'enseignement traditionnels, cet environnement d'apprentissage est structuré dès le départ selon le principe de distributivité. Une tâche centrale consiste à décomposer une multiplication de différentes manières, sous forme de constellations de points, dans l'esprit du concept partie-partie-tout, p.ex.:  $3 \times 3 = 3 + 3 + 3 = 3 + 2 \times 3$ . L'environnement d'apprentissage comprend en outre diverses démarches visant à stimuler l'activité cognitive. Une importance particulière est accordée à la comparaison et à la génération de différentes stratégies de résolution. Un autre objet de la recherche concerne l'ordre dans lequel interviennent la résolution de problèmes et l'instruction. Des études montrent qu'il est plus efficace pour l'apprentissage que les élèves commencent par résoudre des problèmes de manière autonome et ne reçoivent qu'ensuite une instruction de la part de l'enseignant-e. Cette approche est désignée par les termes PS-I (*problem solving followed by instruction*) ou PF (*productive failure*). Elle se distingue de la démarche inverse, dans laquelle l'enseignant-e commence par expliquer, puis les enfants résolvent des tâches; cette démarche est appelée TP (*tell-and-practice*) ou I-PS (*instruction followed by problem solving*). Pour les jeunes enfants, les données disponibles à ce sujet restent toutefois encore limitées. Dans une étude d'intervention quasi expérimentale (4 x 2 leçons, N = 294, 2<sup>e</sup> année, 7 classes témoins avec un enseignement traditionnel vs 8 classes d'intervention avec « PrinziDi »), l'efficacité de l'environnement d'apprentissage (impact sur les compétences préalables, les connaissances conceptuelles et procédurales, la flexibilité procédurale, l'adaptabilité) et les effets de la séquentialisation (PS-I vs TP) ont été étudiés. La comparaison entre les classes témoins et les classes d'intervention a mis en évidence des effets significatifs de l'intervention sur les connaissances conceptuelles et procédurales ainsi que sur la flexibilité procédurale. Une comparaison entre les deux conditions d'intervention, PS-I et TP, n'a révélé des avantages significatifs en faveur de PS-I que pour les connaissances procédurales. On peut en conclure que les élèves plus jeunes peuvent eux et elles aussi bénéficier d'une approche de type PS-I.

---

**Veröffentlichungen | Publications:** Hohl-Krähenbühl, B. (2024). *Das Verständnis von Distributivität im Primar-schulunterricht: Welcher instruktionale Weg ist lernwirksam?* (Dissertation, ETH Zürich).

<https://www.research-collection.ethz.ch/bitstreams/e7198c68-f83e-443f-9ef5-a9971431b387/download>

Hier erwähnte Publikationen sind über den Buchhandel oder die durchführende Institution bzw. die Kontaktperson zu beziehen, nicht bei der SKBF.

Les publications mentionnées dans l'Information sur la recherche éducationnelle ne sont pas disponibles au CSRE; veuillez vous adresser à votre libraire ou à l'institution de recherche ou à la personne de contact mentionnée.

---

**Methoden | Méthodes de recherche:** quasi-experimentelle Interventionsstudie (Pre, Post, Follow-up)

**Geografischer Raum | Délimitation géographique:** Schweiz, Kanton Aargau

**Art des Projekts | Type de recherche:** Dissertation

**Auftrag | Mandat de recherche:** kein Auftrag

**Finanzierung | Financement:** Projektfinanzierung durch die ETH Zürich (Finanzierung Material sowie studentischer Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter in der Hauptstudie), Aebli-Näf-Stiftung, Rektoratsfonds der PH Zug

---

**Schlüsselbegriffe:** Primarschule, Primarstufe, Mathematik, Mathematikunterricht, Einmaleins, Multiplikation, Distributivität, Didaktik, Methodik, Lernumgebung, konzeptuelles und prozedurales Wissen, Lernwirksamkeit

**Mots-clés:** école primaire, degré primaire, mathématiques, tables de multiplication, distributivité, didactique, méthodologie, environnement d'apprentissage, connaissances conceptuelles et procédurales, efficacité d'apprentissage